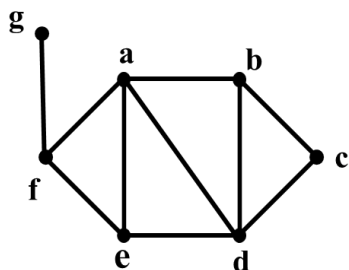


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
	نمره		

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) حاصل $(3m+2, 3m+1)$ برابر ۱ می باشد. ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. د) عدد احاطه‌گری P_1 برابر عدد ۳ است.	۱
۱/۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در یک گراف از مرتبه p ، اگر $\gamma(G)=1$ باشد، در این صورت حداقل تعداد یالها برابر است. ب) در یک مربع لاتین چرخشی 4×4 مجموع درایه های روی قطر اصلی برابر است. ج) تعداد توابع یک‌به‌یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی برابر است.	۲
۰/۷۵	اگر x, y و z سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$	۳
۱	اگر $a \mid m+3$ و $a \mid m+7$ در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟	۴
۱/۵	باقی‌مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می‌باشد، باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل)	۵
۱/۲۵	در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می‌توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می‌باشد؟ (با راه حل)	۶
۱	به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل)	۷
۰/۷۵	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس c در گراف \overline{G} (مکمل گراف G) را مشخص کنید.	۸



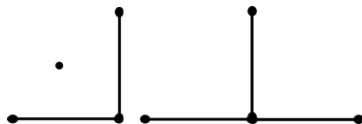
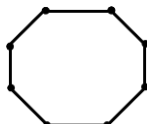
« بقیه سوالات در صفحه دوم »

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۹	<p>گراف زیر را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.</p> <p>ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه گری گراف ۲ خواهد شد؟</p>	۱/۵
۱۰	<p>الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد.</p> <p>ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۳ داشته باشد.</p>	۱
۱۱	<p>الف) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.</p> <p>ب) این گراف چند γ-مجموعه دارد؟</p>	۱/۷۵
۱۲	<p>اگر داشته باشیم $A = \{۷, ۸, ۹\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ در این صورت چند کد با شش کارکتر متمایز می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟</p>	۰/۷۵
۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟	۱/۷۵
۱۴	<p>قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.</p>	۱/۵
۱۵	<p>چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، حداقل یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (نیاز به محاسبه پاسخ نهایی نمی باشد)</p>	۱/۵
۱۶	<p>حداقل افراد شرکت کننده در یک همایش چند نفر باشند، تا با اطمینان بتوان گفت که ۵ نفر از آن ها در یک ماه متولد شده اند و رقم یکان کد ملی آنها زوج است.</p>	۱/۵
	موفق باشید "	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲							
ردیف		راهنمای تصحیح					
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۵) ج) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۴۰) ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۷) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۵۳)						
۲	الف) $p-1$ (۰/۵) (صفحه ۵۳) ب) ۴ (۰/۵) (صفحه ۶۳) ج) $\frac{5!}{2!}=60$ (۰/۵) (صفحه ۷۸)	۱/۵					
۳	(صفحه ۸) (۰/۲۵) همواره بدیهی است $\Leftrightarrow \underbrace{x^2+y^2-2xy+z^2+1}_{(0/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x-y)^2+z^2+1}_{(0/25)} \geq 0$	۰/۷۵					
۴	(صفحه ۱۱) $\begin{cases} a 2m+3 \\ a m+7 \end{cases} \xrightarrow[\text{(0/25)}]{\times 2} \begin{cases} a 2m+3 \\ a 2m+14 \end{cases} \xrightarrow[\text{(0/25)}]{(0/25)} a 11 \rightarrow \underbrace{a=1, a=11}_{(0/5)}$	۱					
۵	(صفحه ۱۶) $\begin{cases} a=5q_1+4 \quad (0/25) \xrightarrow{\times 4} 4a=20q_1+16 \quad (0/25) \\ a=4q_2+3 \quad (0/25) \xrightarrow{\times 5} 5a=20q_2+15 \quad (0/25) \end{cases}$ $\xrightarrow{-} a=20q'-1 \quad (0/25) \rightarrow a=20q''+19 \quad (0/25)$	۱/۵					
۶	(۰/۲۵) $15x \overset{19}{\equiv} 7 \xrightarrow{(0/25)} 15x \overset{19}{\equiv} 45 \xrightarrow{(15,19)=1} x \overset{19}{\equiv} 3 \quad (0/25)$ $\rightarrow x=19k+3 \quad (0/25) \xrightarrow{k=5} x=98 \quad (0/25)$ (صفحه ۲۸)	۱/۲۵					
۷	(صفحه ۴۰) $\begin{cases} q=\frac{kn}{2} \rightarrow q=\frac{8 \times 3}{2}=12 \quad (0/25) \\ q=\frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q=\frac{8 \times 7}{2}=28 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow 28-12=16 \quad (0/5)$	۱					
۸	الف) $\{f\}$ (۰/۲۵) ب) $abdefa$ یا $abcdea$ (۰/۲۵) ج) ۴ (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)	۰/۷۵					
۹	الف) $\{c, e, h, f\}$ (۰/۵) ب) $\{c, g, i, e\}$ (۰/۵) ج) fh (۰/۵) (صفحه ۴۷) در قسمت الف و ب به مجموعه های درست دیگر نمره تعلق بگیرد.	۱/۵					
۱۰	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) در قسمت الف و ب برای شکل های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. (صفحه ۵۳)	۱					

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																																																	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱																																																			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲																																																							
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره																																																
۱۱	الف) می‌دانیم $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left\lfloor \frac{8}{5+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ در نتیجه $2 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) از طرفی مجموعه ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف (G) می‌باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰) (ب) ۳ (۰/۵)						۱/۷۵																																																
۱۲	(صفحه ۷۱) $\left(\binom{3}{2} \times \binom{6}{4} \times 6! \right)$ (۰/۷۵)						۰/۷۵																																																
۱۳	(صفحه ۷۱) $\begin{cases} x_f = 0 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 10 \xrightarrow{(0/25)} \binom{12}{2} = 66 \quad (0/25) \\ \rightarrow 66 + 45 = 111 \quad (0/25) \\ x_f = 1 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 8 \xrightarrow{(0/25)} \binom{10}{2} = 45 \quad (0/25) \end{cases}$						۱/۷۵																																																
۱۴	(صفحه ۷۲) <table><tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table> و <table><tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr></table> \Rightarrow <table><tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>شنبه</td><td>۱۱</td><td>۲۳</td><td>۳۲</td></tr><tr><td>یکشنبه</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۱</td><td>۱۳</td></tr></table> (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵) به مربع های لاتین متعامد صحیح دیگر نمره تعلق بگیرد							a	b	c	شنبه	۱	۲	۳	یکشنبه	۳	۱	۲	دوشنبه	۲	۳	۱		a	b	c	شنبه	۱	۳	۲	یکشنبه	۳	۲	۱	دوشنبه	۲	۱	۳		a	b	c	شنبه	۱۱	۲۳	۳۲	یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱	دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳	۱/۵
	a	b	c																																																				
شنبه	۱	۲	۳																																																				
یکشنبه	۳	۱	۲																																																				
دوشنبه	۲	۳	۱																																																				
	a	b	c																																																				
شنبه	۱	۳	۲																																																				
یکشنبه	۳	۲	۱																																																				
دوشنبه	۲	۱	۳																																																				
	a	b	c																																																				
شنبه	۱۱	۲۳	۳۲																																																				
یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱																																																				
دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳																																																				
۱۵	(صفحه ۷۵) $ S = 5^4$ (۰/۲۵) :تعداد کل رمزها $ A = 4^4$ (۰/۲۵) :تعداد رمزهای فاقد ۳ $ B = 4^4$ (۰/۲۵) :تعداد رمزهای فاقد ۲ $ A \cap B = 3^4$ (۰/۲۵) :تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳ $ \bar{A} \cap \bar{B} = S - A \cup B = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$ (۰/۵)						۱/۵																																																
۱۶	$n = 12 \times 5 = 60$ (۰/۵) تعداد حالات یکان زوج کد ملی \times تعداد ماه ها = تعداد لانه ها $k+1=5 \Rightarrow k=4$ (۰/۲۵) تعداد کبوترها $nk+1 \xrightarrow[k=4]{n=60} 60 \times 4 + 1 = 241$ (۰/۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری حداقل ۲۴۱ نفر مورد نیاز است. (۰/۲۵) (صفحه ۸۳)						۱/۵																																																
۲۰	جمع نمره																																																						